



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
КАЛИНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТИ**
государственное бюджетное учреждение Калининградской области
профессиональная образовательная организация
«ПРИБАЛТИЙСКИЙ СУДОСТРОИТЕЛЬНЫЙ ТЕХНИКУМ»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
Для студентов заочной формы обучения
к изучению учебной дисциплины «Механика»**

обучающихся по специальности среднего профессионального образования: 26.02.02
Судостроение.

Методические рекомендации разработаны в соответствии с рабочей программой по учебной дисциплине «Механика» по специальности среднего профессионального образования: 26.02.02 Судостроение.

Организация-разработчик: ГБУ Калининградской области ПОО «Прибалтийский судостроительный техникум».

Разработчик:

Селиверстова Е.А., преподаватель ГБУ КО ПОО «Прибалтийский судостроительный техникум».

Рассмотрено на заседании МС:

протокол № _____ от « _____ » _____ 2020г.

Содержание

| | Стр. |
|--|------|
| Введение..... | 4 |
| 1. Определение вариантов контрольной работы и общие требования написания контрольной работы..... | 5 |
| 2.Порядок выполнения контрольной работы..... | 6 |
| 3. Варианты контрольной работы и примерами решения задач..... | 7 |
| 4.Информационное обеспечение обучения..... | 23 |

Введение

Механика является важным общетехническим предметом, состоящим из трехразделов: теоретическая механика, сопротивление материалов и детали машин.

Учебная программа механики предусматривает изучение общих законов равновесия и движения материальных тел; основных методов расчета на прочность, жесткость и устойчивость отдельных деталей, узлов машин, либо строительных конструкций; изучение устройства, области применения и основ проектирования деталей машин.

Все знания и умения, полученные обучающимися при изучении механики, найдут применение при решении технических задач в процессе изучения специальных предметов по специальности 26.02.02 «Судостроение», а также в процессе практической работы при проектировании производства и эксплуатации различных машин и оборудования в области судостроения.

Изучение учебного материала должно предшествовать выполнению контрольной работы.

Задание контрольной работы даны в последовательности тем программы и поэтому должны решаться постепенно, по мере изучения материала. Контрольная работа состоит из двух частей: теоретической части и практической части (решение 2 задач).

Прежде чем приступить к решению задач, студент должен внимательно изучить следующие темы по учебнику.

С т а т и к а

1. Основные понятия и аксиомы статики.
2. Основные типы связей и их реакции.
3. Плоская система сил.
4. Момент силы, пара сил и их свойства.
5. Условия и уравнения равновесия для различных систем сил.
6. Элементы теории трения.
7. Пространственная система сил.
8. Определения центра тяжести.

К и н е м а т и к а

1. Кинематика точки.
2. Простейшие виды движения твердого тела (поступательное и вращение вокруг твердой оси).
3. Плоскопараллельное движение твердого тела.
4. Сложное движение точки.
5. Сложение вращений твердого тела вокруг пересекающихся осей.

Д и н а м и к а

1. Динамика точки.
2. Силы, действующие на точки механической системы.
3. Прямолинейные колебания точки.
4. Общие теоремы динамики.

5. Принцип Даламбера.
6. Теорема о движении центра масс механической системы.
7. Работа с постоянной силой.
8. Мощность.

Целью контрольной работы является закрепление знаний, полученных в процессе обучения студентами курса «Механика» и внедрение их в решение задач. Данное методическое указание помогает студентам – заочникам разобраться в потоке полученной информации и привести в единую систему, а так же:

- Развить навыки грамотного изложения расчетов, оформления и обоснования выбранных методов.
- Правильного построения алгоритма решения задач.

1.Определение вариантов контрольной работы и общие требования написания контрольной работы

Вариант контрольного задания определяется по порядковому номеру списка группы. Если число заданий меньше числа списков студентов, то вариант контрольной работы определяется разностью двух последних цифр списка студентов числом вариантов задания. Например: две последние цифры числа студентов – 33, а вариантов 28, то вариант определяется следующим образом: $33-28=5$, т.е. пятый вариант.

Задания, сдаваемые на проверку, должны быть выполнены и оформлены в соответствии со следующими требованиями:

- Задачи решаются в специальной тетради ручным способом или на листах А4 машинописным способом и ход решения каждой задачи должен сопровождаться краткими пояснениями.

- Задание надо выполнять аккуратным почерком, ручкой одного цвета.

- Чертежи схем должны быть выполнены в соответствии с требованиями черчения и только карандашом.

- Порядок подстановки числовых значений должен соответствовать порядку расположения в формуле буквенных обозначений этих величин.

- При решении задач применять Международную систему единиц (СИ), а также кратные и дольные от них.

- Для обозначения основных общетехнических величин использовать только стандартные символы.

- Тщательно проверить правильность всех вычислений, обратить особое внимание на соблюдение правильности размерностей, подставленных в формулу значений.

- В заключении необходимо указать список литературы, используемой студентом при выполнении контрольной работы.

После получения работы с оценкой и замечаниями преподавателя надо исправить

отмеченные ошибки и повторить недостаточно усвоенный материал. После получения незачтённой работы студент должен в той же тетради выполнить ее снова по старому или новому варианту (в зависимости от указаний преподавателя) и предоставить работу на повторное рецензирование.

2. Порядок выполнения контрольной работы

При написании контрольной работы следует обратить внимание на правильность выполнения теоритической и практической части работы, а также выбора варианта контрольной работы студентами.

Теоретическая часть состоит из 2 вопросов, которые можно написать либо рукописным, либо машинописным способом.

1.ТЕКСТ

1.1 Текст контрольной работы выполняется рукописным или машинописным способом, шрифт TimesNewRoman, 14 , через 1-1, 5 интервала.

1.2 Текст выполняется пастой одного цвета: черного, синего или фиолетового.

1.3 Текст при машинописном варианте, выполняются без оформления рамки с оставлением полей: левое и верхнее – не менее 20 мм, правое и нижнее – не менее 10 мм.

1.4 Каждый вопрос следует начинать с нового листа. Разрывы текста внутри вопросов не допускаются.

1.6 Расстояние между заголовками и текстом должно быть равно 10 мм.

Подчеркивать заголовки не допускается.

Если в практической части предусмотрены иллюстрации и таблицы то они выполняются следующим образом:

2.ИЛЛЮСТРАЦИИ

2.1.Иллюстрации должны иметь наименование. При необходимости иллюстрации снабжают поясняющими данными (подрисуночный текст). Наименование иллюстрации помещают под ней.

3.ТАБЛИЦЫ

3.1. Каждая таблица должна иметь заголовок. Заголовок и слово «таблица» начинаются с прописной буквы. Заголовок не подчеркивается.

3.2. Таблицу с большим количеством строк допускается переносить на другой лист. При переносе таблицы на другой лист заголовок помещают только над ее первой частью. Таблицу с большим количеством граф допускается делить на части и помещать одну часть под другой в пределах одной страницы.

3. Варианты контрольной работы и примерами решения задач

В-1

1. Материальная точка. Сила. Система сил. Равнодействующая сила. Аксиома статики.
2. Различные виды движений твердого тела. Мгновенный центр скоростей. Абсолютная скорость.
3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 1. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В и С.
4. Задача: Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 1.

В-2

1. Система сходящихся сил. Геометрический и аналитический способы определения равно действующей силы.
2. Основные понятия кинематики. Способы задания движения.
3. Задача :К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 2. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача: Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 2.

В- 3

1. Условие и уравнение равновесия. Метод проекций. Связи и реакции.
2. Центр тяжести простых геометрических фигур. Центр тяжести стандартных прокатных профилей.
3. Задача :К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 3. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача: Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 3.

В-4

1. Пара сил, момент пары сил. Момент силы относительно точки. Момент силы относительно оси.
2. Виды движения точки. Средняя скорость, ускорение.
3. Задача :К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке
4. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В и С.
1. Задача: Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 4.

В-5

1. Приведение к точке системы сил. Балочные системы.
2. Динамика. Основные понятия и аксиомы динамики. Понятие о силе инерции.
3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 5. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 5.

В-6

1. Классификация нагрузок и опор. Понятие о силе трения.
2. Работа постоянной и переменной сил. Работа и мощность при вращательном движении, КПД.
3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 6. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 6.

В-7

1. Система сходящихся сил. Геометрический и аналитический способы определения равно действующей силы.
2. Различные виды движений твердого тела. Мгновенный центр скоростей. Абсолютная скорость
3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 7. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 7.

В-8

1. Материальная точка. Сила. Система сил. Равнодействующая сила. Аксиома статики.
2. Центр тяжести простых геометрических фигур. Центр тяжести стандартных прокатных профилей.
3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 8. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 8.

В-9

1. Приведение к точке системы сил. Балочные системы.

2. Работа постоянной и переменной сил. Работа и мощность при вращательном движении, КПД.
3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 9. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 9.

В-10

1. Пара сил, момент пары сил. Момент силы относительно точки. Момент силы относительно оси.
2. Основные понятия кинематики. Способы задания движения.
3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 10. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 10.

В-11

1. Определение центра тяжести плоских фигур.
- Деформации упругие и пластические. Основные гипотезы и допущения.
1. Классификация нагрузок и элементов конструкции. Силы внешние и внутренние.Основные понятия кинематики. Способы задания движения.
 2. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 11. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
 3. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 11.

В-12

1. Материальная точка. Сила. Система сил. Равнодействующая сила. Аксиома статики.
2. Различные виды движений твердого тела. Мгновенный центр скоростей. Абсолютная скорость.
3. Задача :К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 12. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 12.

В-13

1. Система сходящихся сил. Геометрический и аналитический способы определения равно действующей силы.

2. Основные понятия кинематики. Способы задания движения.
3. Задача :К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 2. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 2.

В-14

1. Приведение к точке системы сил. Балочные системы.
2. Динамика. Основные понятия и аксиомы динамики. Понятие о силе инерции.
3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 14. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 14.

В-15

1. Классификация нагрузок и опор. Понятие о силе трения.
2. Работа постоянной и переменной сил. Работа и мощность при вращательном движении, КПД.
3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 15. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 15.

В-16

1. Система сходящихся сил. Геометрический и аналитический способы определения равно действующей силы.
2. Различные виды движений твердого тела. Мгновенный центр скоростей. Абсолютная скорость
3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 16. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 16.

В-17

1. Пара сил, момент пары сил. Момент силы относительно точки. Момент силы относительно оси.
2. Основные понятия кинематики. Способы задания движения.

3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 17. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 17.

В-18

1. Определение центра тяжести плоских фигур.Деформации упругие и пластические. Основные гипотезы и допущения.
2. Классификация нагрузок и элементов конструкции. Силы внешние и внутренние.Основные понятия кинематики. Способы задания движения.
3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 18. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 18.

В-19

1. Определение центра тяжести плоских фигур.
2. Общие теоремы динамики.
3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 19. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 19.

В-20

1. Элементы теории трения.
2. Работа с постоянной силой.
3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 20. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 20.

В-21

1. Пространственная система сил.
2. Принцип Даламбера. Метод кинетостатики.
3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 21. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 21.

В-22

1. Приведение к точке системы сил. Балочные системы.
2. Работа постоянной и переменной сил. Работа и мощность при вращательном движении, КПД.
3. **Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 22. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.**
4. **Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 22.**

В-23

1. Пара сил, момент пары сил. Момент силы относительно точки. Момент силы относительно оси.
2. Различные виды движений твердого тела. Мгновенный центр скоростей. Абсолютная скорость.
3. **Задача :К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 23. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.**
4. **Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке23.**

В-24

1. Система сходящихся сил. Геометрический и аналитический способы определения равно действующей силы.
2. Различные виды движений твердого тела. Мгновенный центр скоростей. Абсолютная скорость
3. **Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 24. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.**
4. **Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 24.**

В-25

1. Условия и уравнения равновесия для различных систем сил.
2. Общие теоремы динамики.
3. **Задача :К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 25. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.**
4. **Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 25.**

В- 26

1. Условие и уравнение равновесия. Метод проекций. Связи и реакции.
2. Центр тяжести простых геометрических фигур. Центр тяжести стандартных прокатных профилей.
3. Задача :К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 26. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 26.

В-27

1. Классификация нагрузок и опор. Понятие о силе трения.
2. Работа постоянной и переменной сил. Работа и мощность при вращательном движении, КПД.
3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 27. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 27.

В-28

1. Система сходящихся сил. Геометрический и аналитический способы определения равно действующей силы.
2. Различные виды движений твердого тела. Мгновенный центр скоростей. Абсолютная скорость
3. Задача: К шарниру приложены силы F_1 и F_2 . Углы указаны на рисунке 28. Определить усилия в стержнях АВ И ВС, имеющих в точках А,В И С.
4. Задача:Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке 28.

Пример решения задача 1

Задача: К шарниру В приложены силы $F_1 = 40$ кН и $F_2 = 20$ кН. Углы указаны на рисунке $\alpha = 80^\circ$, $\beta = 20^\circ$. Определить усилия в стержнях АВ и ВС, имеющих шарниры в точках А, В и С шарниры.

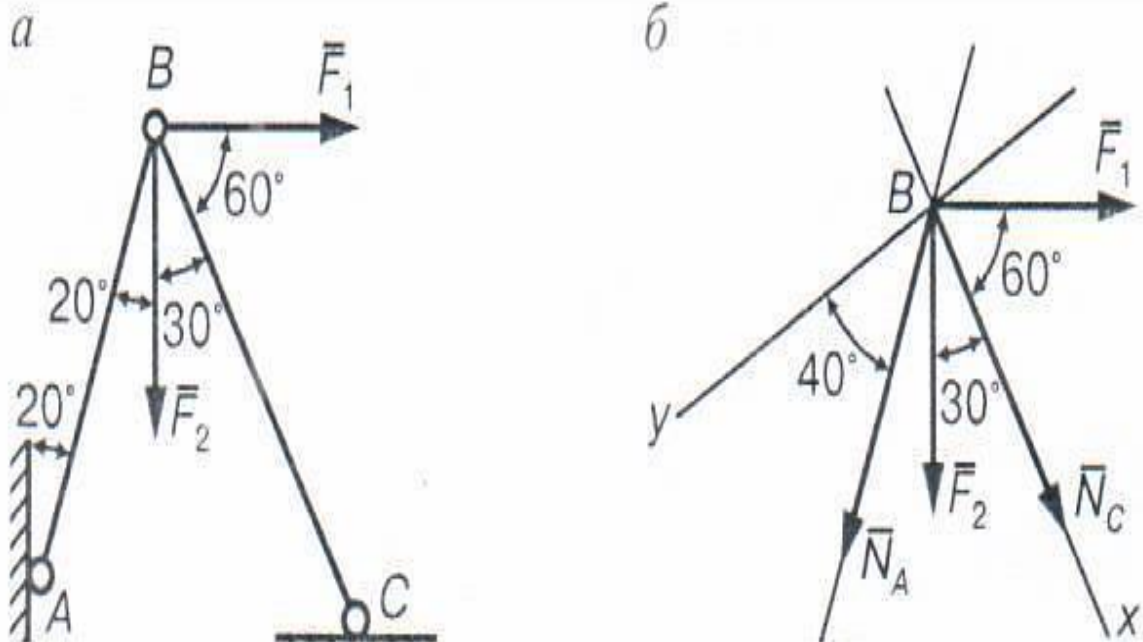


Рис. 1 Шарнирно-стержневая система

Решение

Алгоритм определения реакции связей.

1. Выделить тело или узел, равновесие которого рассматривается в данной задаче.
2. Выделить все действующие на тело нагрузки (активные силы) и изобразить их в виде вектора с указанием точек приложения.
3. Освободить тело от связей, заменяя их реакциями, и изобразить эти реакции в виде векторов.
4. В зависимости от типа получившейся системы применить соответствующие условия равновесия и найти неизвестные.

Рассмотрим равновесие шарнира В (рис.1б). Освободимся от связей. Предположим, что оба стержня испытывают растяжение, и заменим их усилиями N_A и N_C . Поэтому на шарнир действует уравновешенная система

четырёх сходящихся сил F_1 , F_2 , N_A и N_C . Ось x направляем по силе N_C и поэтому в уравнении проекции всех сил на ось x войдет лишь одна неизвестная сила.

$$\sum F_{ix} = 0; N_C + F_2 \cos 30^\circ + N_A \cos 50^\circ + F_1 \cos 60^\circ = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0; N_A \cos 40^\circ + F_2 \cos 60^\circ - F_1 \cos 30^\circ = 0$$

Решаем уравнения и находим N_A и N_C

$$N_A = \frac{F_1 \cos 30^\circ - F_2 \cos 60^\circ}{\cos 40^\circ} = \frac{40 \times 0,866 - 20 \times 0,5}{0,766} = 32,3 \text{ кН}$$

$$\cos 40^\circ = 0,766$$

$$N_C = - (F_2 \cos 30^\circ + N_A \cos 50^\circ + F_1 \cos 60^\circ) = - (20 \times 0,866 + 32,2 \times 0,64 + 40 \times 0,5) = - 57,9 \text{ кН.}$$

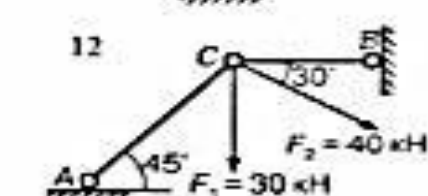
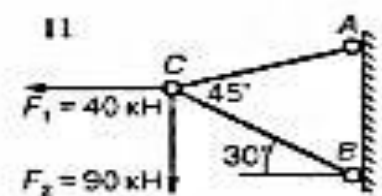
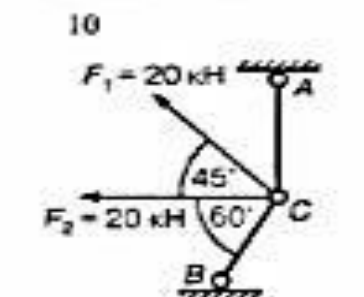
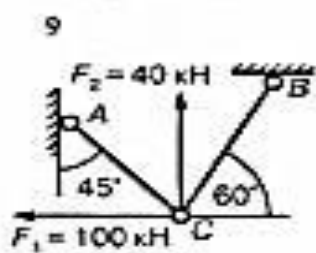
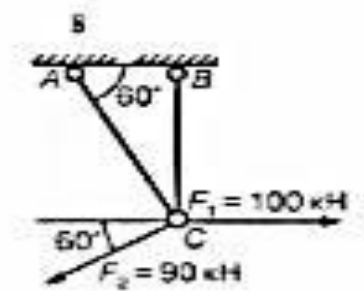
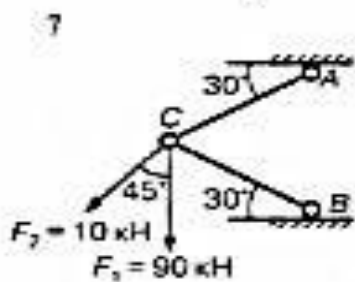
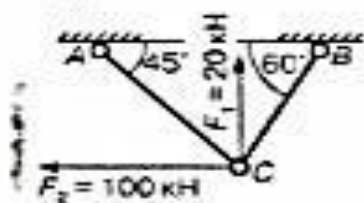
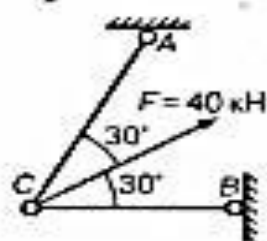
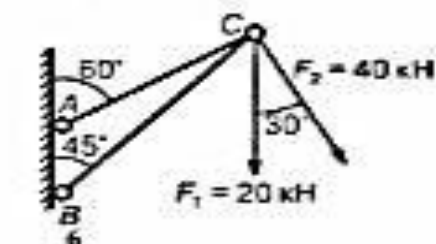
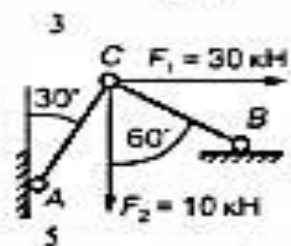
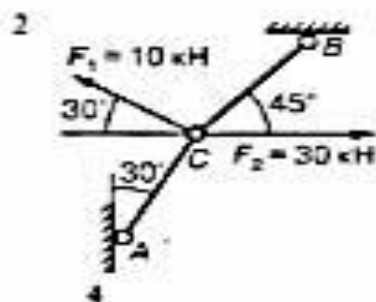
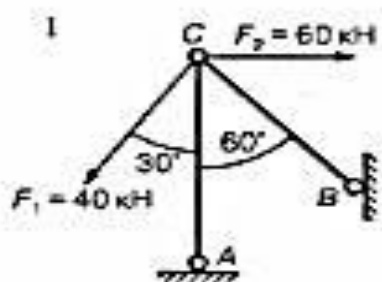
Для проверки составим уравнения проекции всех сил на ось y_1 , направленную по неизвестной N_A ;

$$\sum F_{iy_1} = 0; N_A + F_2 \cos 20^\circ + N_C \cos 50^\circ - F_1 \cos 70^\circ = 0$$

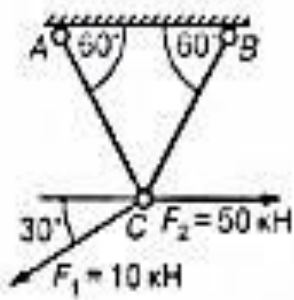
$$(32,2 + 20 \times 0,94 + (-57,9) \times 0,643 - 40 \times 0,32) = 0$$

Усилия в стержнях АВ и ВС определены правильно.

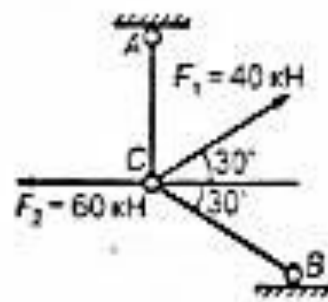
Варианты задач



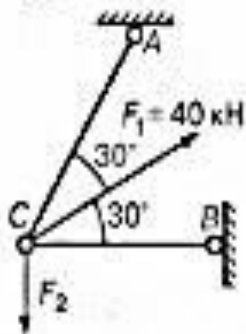
13



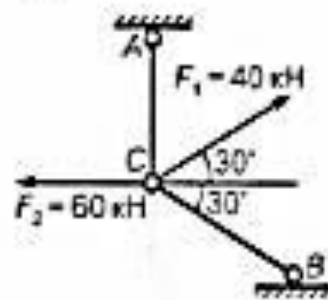
14



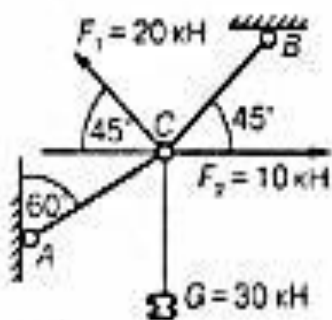
15



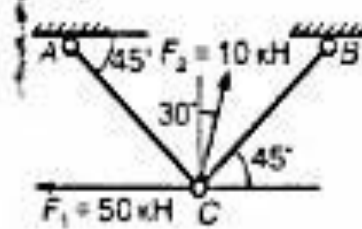
16



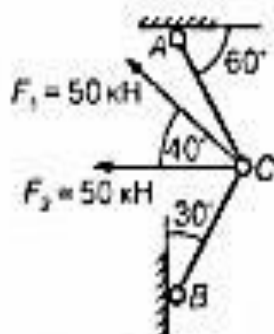
17



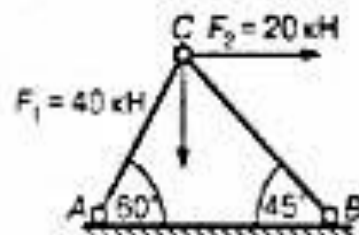
18



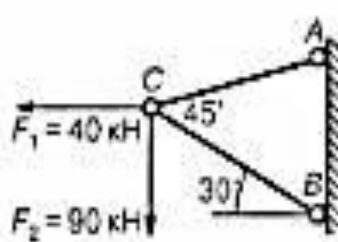
19



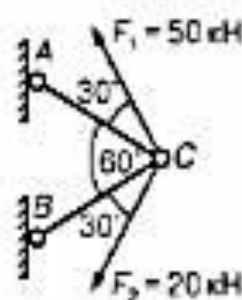
20



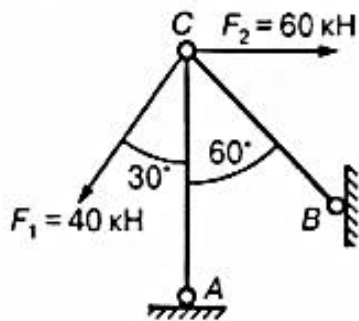
21



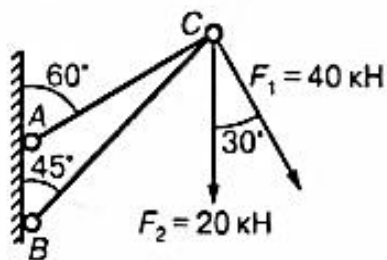
22



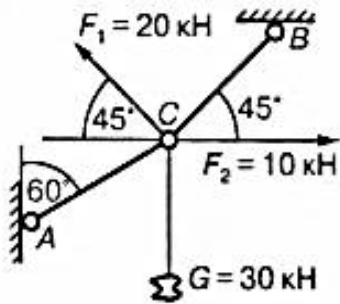
23



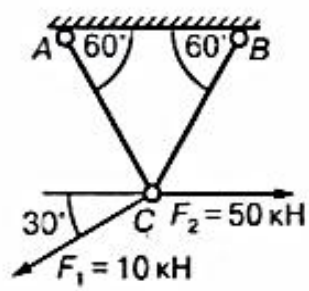
25



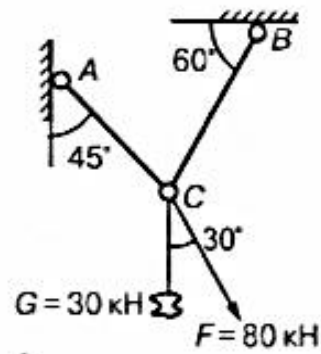
27



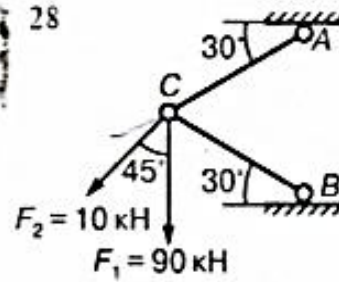
24



26



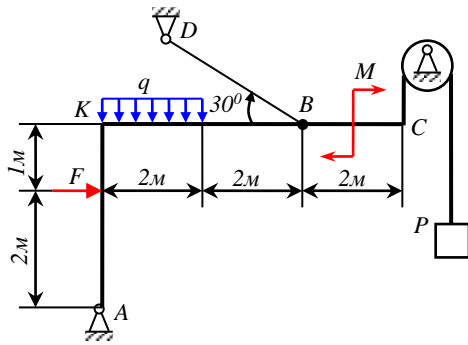
28



Пример решения задача 2

Равновесия плоской системы сил (общий случай)

Задача2: Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке.



Дано:

$$F = 10 \text{ кН},$$

$$P = 5 \text{ кН},$$

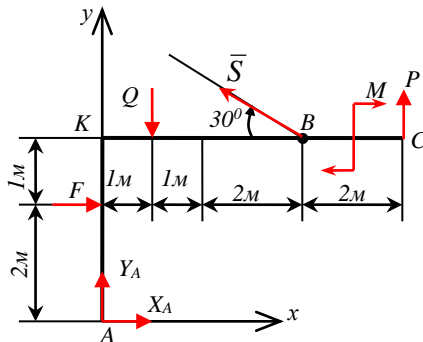
$$M = 8 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$q = 0,5 \text{ кН/м}.$$

Определить реакцию опоры A и реакцию стержня BD .

Решение

На раму наложены следующие связи: шарнирно-неподвижная опора, стержень BD и нить. Отбросим связи, заменив их силами.



Так как направление реакции шарнирно-неподвижной опоры A неизвестно, то определим её составляющие \bar{X}_A и \bar{Y}_A . Реакция стержня S направлена вдоль этого стержня, реакция нити по модулю равна весу груза P . Распределённую нагрузку интенсивностью q заменим сосредоточенной силой Q , равной $Q = 2 \cdot q = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ кН}$ и приложенной в центре тяжести эпюры этой нагрузки. Проводим оси координат.

Для плоской системы сил, приложенных к раме, составим три уравнения равновесия:

$$\sum F_{ix} = 0; X_A + F - S \cos 30^\circ + P = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0; Y_A - Q + S \cos 30^\circ + P = 0$$

$$\sum M_A(F_k) = -F \cdot 2 - Q \cdot 1 + S \cos 30^\circ \cdot 3 + S \sin 30^\circ \cdot 4 - M + P \cdot 4 = 0$$

Момент от силы S найден с использованием теоремы Вариньона: момент равнодействующей равен сумме моментов составляющих.

Из уравнения (3) находим

$$S = \frac{2F + 1Q + M - 4P}{3\cos 30^\circ + 4\sin 30^\circ} = \frac{2 \cdot 10 + 1 + 8 - 4 \cdot 5}{3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 4 \cdot \frac{1}{2}} = 1,96 \text{ кН}.$$

Из уравнения (1) –

$$X_A = S \cos 30^\circ - F = 1,96 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 10 = -8,3 \text{ кН}.$$

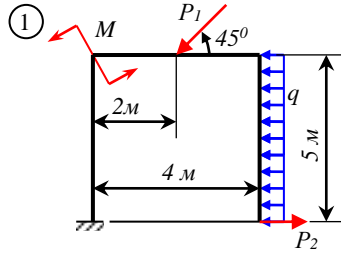
Из уравнения (2) –

$$Y_A = Q - S \sin 30^\circ - P = 1 - 1,96 \cdot \frac{1}{2} - 5 = -4,98 \text{ кН}.$$

Ответ: $X_A = -8,3 \text{ кН}$, $Y_A = -4,98 \text{ кН}$, $S = 1,96 \text{ кН}$.

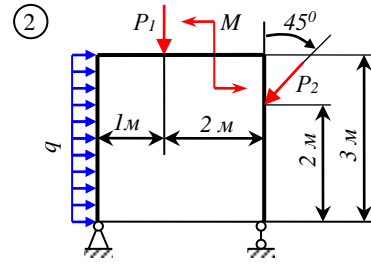
Знаки минус в значениях X_A и Y_A указывают на то, что принятые направления этих сил противоположны действительным.

Варианты задачи № 2



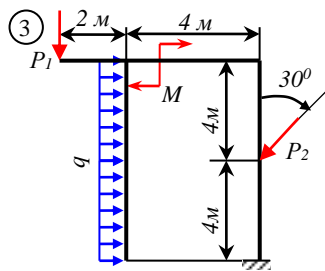
$$P_1 = 5 \text{ кН} \quad q = 3 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 2 \text{ кН} \quad M = 4 \text{ кНм}$$



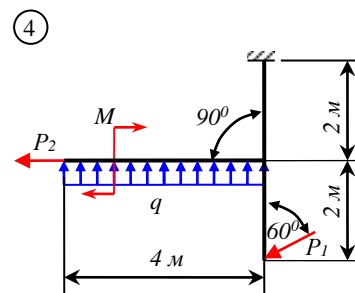
$$P_1 = 2 \text{ кН} \quad q = 2 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 3 \text{ кН} \quad M = 4 \text{ кНм}$$



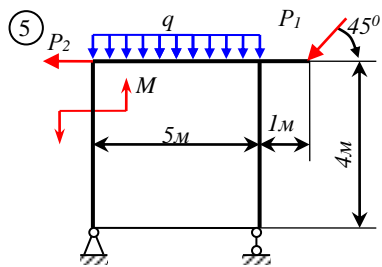
$$P_1 = 1,5 \text{ кН} \quad q = 1 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 2\sqrt{2} \text{ кН} \quad M = 4 \text{ кНм}$$



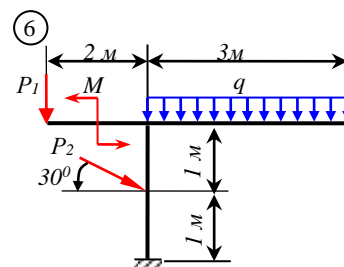
$$P_1 = 2 \text{ кН} \quad q = 1 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 2 \text{ кН} \quad M = 4 \text{ кНм}$$



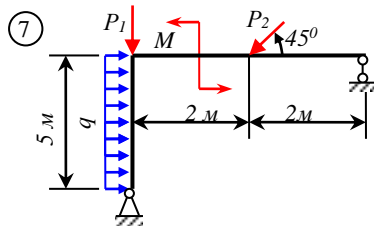
$$P_1 = 1 \text{ кН} \quad q = 1 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 2 \text{ кН} \quad M = 2,5 \text{ кНм}$$



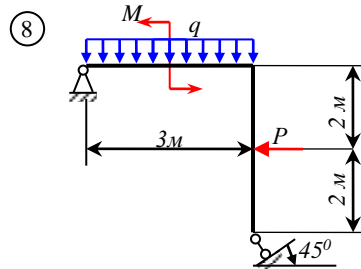
$$P_1 = 1 \text{ кН} \quad q = 1 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 2 \text{ кН} \quad M = 3 \text{ кНм}$$



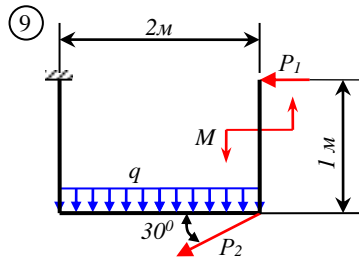
$$P_1 = 2 \text{ кН} \quad q = 2 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 4 \text{ кН} \quad M = 4 \text{ кНм}$$



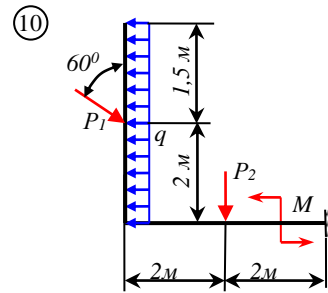
$$P = 6 \text{ кН} \quad q = 6 \text{ кН/м}$$

$$M = 4 \text{ кНм}$$



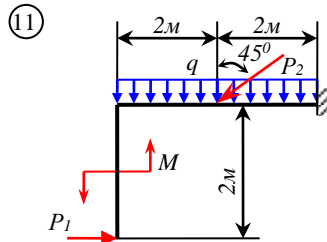
$$P_1 = 3 \text{ kH} \quad q = 1 \text{ kH/m}$$

$$P_2 = 2 \text{ kH} \quad M = 3 \text{ kHM}$$



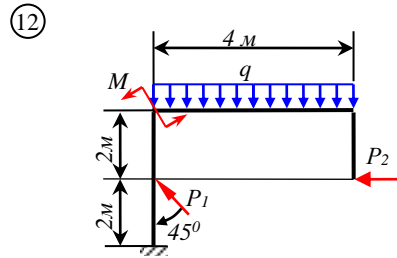
$$P_1 = 2 \text{ kH} \quad q = 2 \text{ kH/m}$$

$$P_2 = 1 \text{ kH} \quad M = 3 \text{ kHM}$$



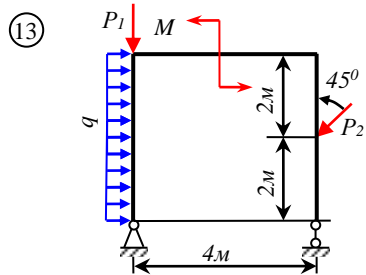
$$P_1 = 4 \text{ kH} \quad q = 1 \text{ kH/m}$$

$$P_2 = 2 \text{ kH} \quad M = 3 \text{ kHM}$$



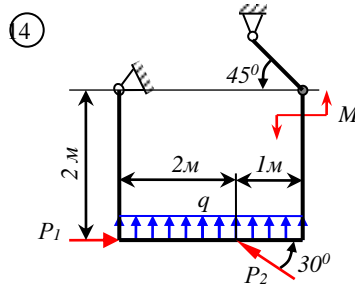
$$P_1 = 2\sqrt{2} \text{ kH} \quad q = 2 \text{ kH/m}$$

$$P_2 = 4 \text{ kH} \quad M = 3 \text{ kHM}$$



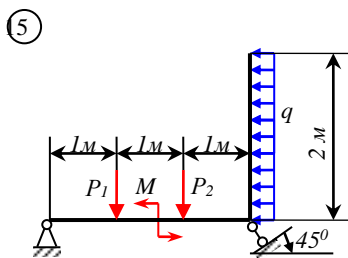
$$P_1 = 2 \text{ kH} \quad q = 1 \text{ kH/m}$$

$$P_2 = \sqrt{2} \text{ kH} \quad M = 2 \text{ kHM}$$



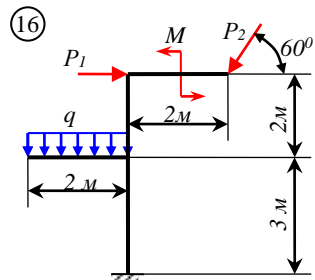
$$P_1 = 4 \text{ kH} \quad q = 2 \text{ kH/m}$$

$$P_2 = 2 \text{ kH} \quad M = 4 \text{ kHM}$$



$$P_1 = 2 \text{ kH} \quad q = 1 \text{ kH/m}$$

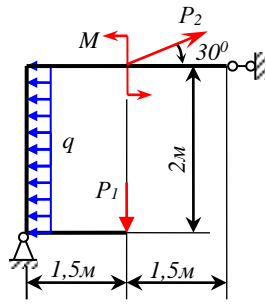
$$P_2 = 3 \text{ kH} \quad M = 2 \text{ kHM}$$



$$P_1 = 1 \text{ kH} \quad q = 1 \text{ kH/m}$$

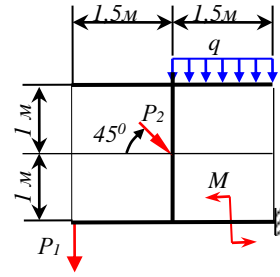
$$P_2 = 2 \text{ kH} \quad M = 3 \text{ kHM}$$

17)



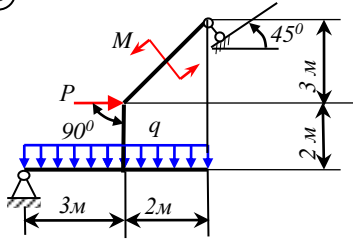
$P_1=2 \kappa H$ $q=2\kappa H/M$
 $P_2=1 \kappa H$ $M=4\kappa HM$

18)



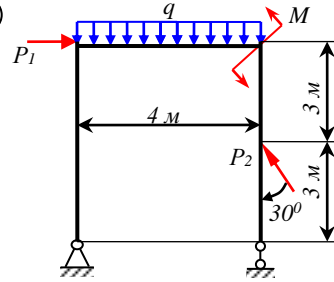
$P_1=2 \kappa H$ $q=1\kappa H/M$
 $P_2=4 \kappa H$ $M=2 \kappa HM$

19)



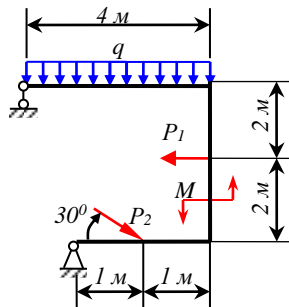
$P=2 \kappa H$ $q=2\kappa H/M$
 $M=4 \kappa HM$

20)



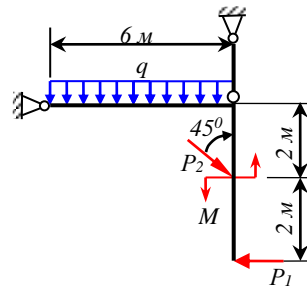
$P_1=2 \kappa H$ $q=1,5\kappa H/M$
 $P_2=4 \kappa H$ $M=4 \kappa HM$

21)



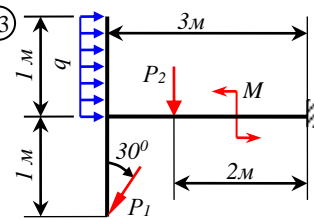
$P_1=3 \kappa H$ $q=3\kappa H/M$
 $P_2=4 \kappa H$ $M=6 \kappa HM$

22)



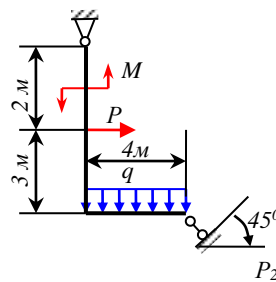
$P_1=2 \kappa H$ $q=3\kappa H/M$
 $P_2=4 \kappa H$ $M=4 \kappa HM$

23)

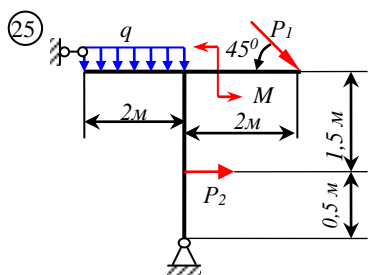


$P_1=2 \kappa H$ $q=1\kappa H/M$
 $P_2=4 \kappa H$ $M=2 \kappa HM$

24)

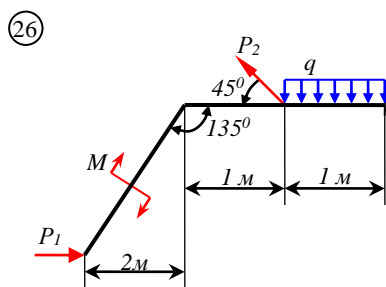


$P=3 \kappa H$ $q=4\kappa H/M$
 $M=6 \kappa HM$



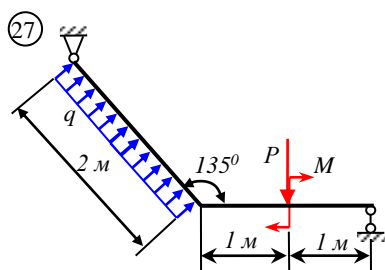
$$P_1=2 \text{ кН} \quad q=2 \text{ кН/м}$$

$$P_2=3 \text{ кН} \quad M=2 \text{ кНм}$$



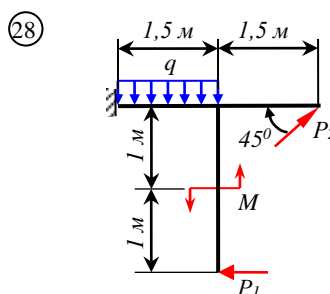
$$P_1=2 \text{ кН} \quad q=4 \text{ кН/м}$$

$$P_2=2 \text{ кН} \quad M=3 \text{ кНм}$$



$$P=3 \text{ кН} \quad q=4 \text{ кН/м}$$

$$M=6 \text{ кНм}$$



$$P_1=4 \text{ кН} \quad q=4 \text{ кН/м}$$

$$P_2=2 \text{ кН} \quad M=4 \text{ кНм}$$

Информационное обеспечение обучения:

Основные источники (печатные издания)

1. Эрдеди А.А., Эрдеди Н.А. Техническая механика Сопротивление металлов : учебник/ А.А.Эрдеди, Н.А. Эрдеди – М:Академия, 2011. – 320 с. – (Среднее профессионально образование).

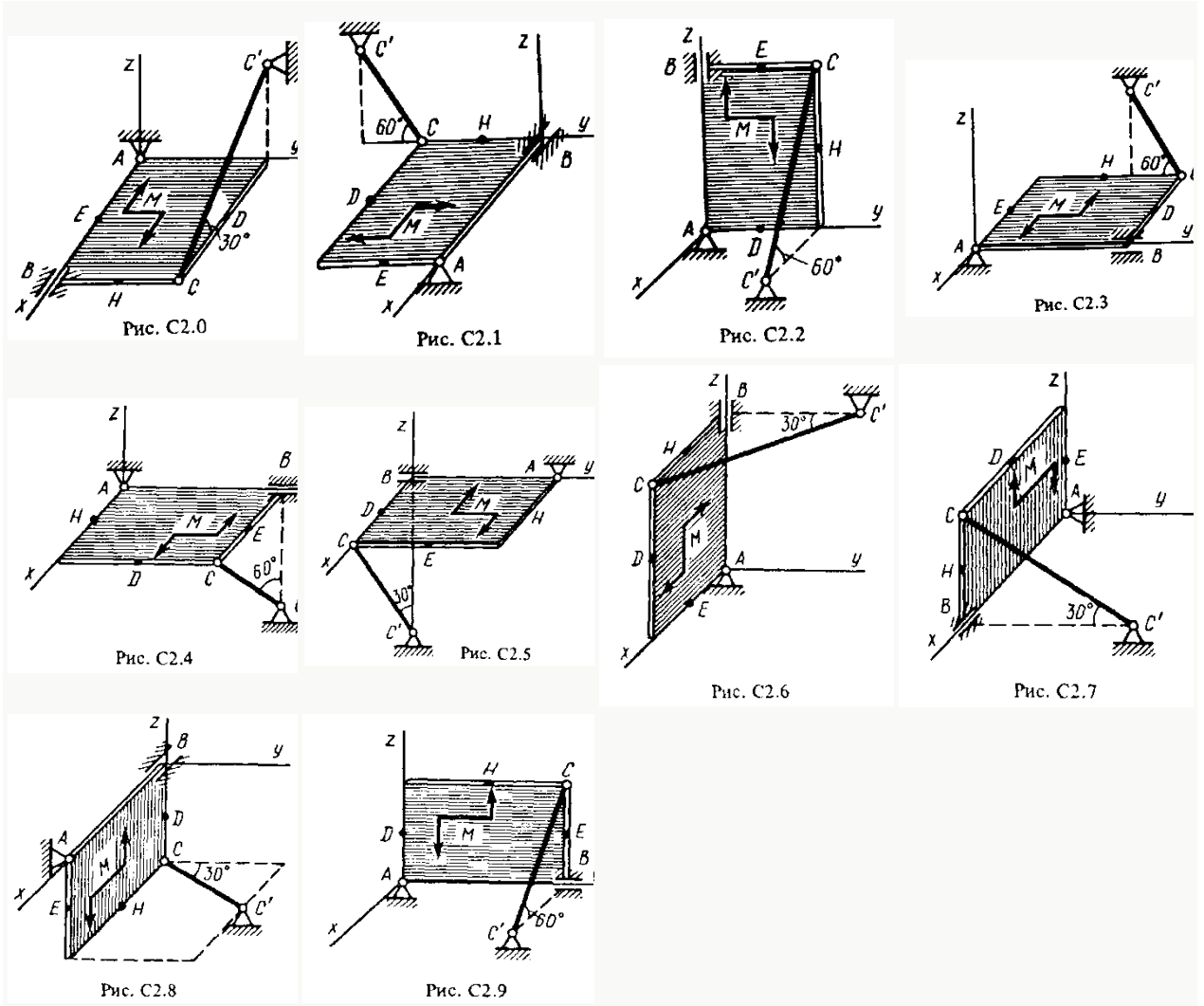
Дополнительные источники (печатные издания)

1. Механика. Ю. В. Щербакова — Москва, Феникс, 2013 г.- 128 с.
2. Теоретическая физика. Общая механика: А. А. Эйхенвальд — Москва, Либроком, 2011 г.- 328 с.
3. Теоретическая физика. Том 1. Часть 1. Общая механика. Механика твердого тела: К. Шефер — Москва, Книга по Требованию, 2012 г.- 447 с.
4. Техническая механика для строительных специальностей. Учебное пособие: В. И. Сетков — Москва, Академия, 2014 г.- 400 с.

5. Техническая механика для строительных специальностей: В. И. Сетков — Москва, Academia, 2013 г.- 400 с.
6. Техническая механика микросистем: — Санкт-Петербург, Бином. Лаборатория знания, 2011 г.- 176 с.
7. Техническая механика. Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий: В. П. Олофинская — Москва, Форум, 2011 г.- 352 с.
8. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов: А. И. Аркуша — Санкт-Петербург, Высшая школа, 2008 г.- 352 с.
9. Техническая механика. Учебник: А. А. Эрдеди, Н. А. Эрдеди — Москва, Academia, 2014 г.- 528 с.
10. Техническая механика. Учебник: Л. И. Вереина — Санкт-Петербург, Академия, 2014 г.- 224 с.
11. Техническая механика. Учебник: Л. И. Вереина, М. М. Краснов — Москва, Academia, 2014 г.- 352 с.

Задача C2

Однородная прямоугольная плита весом $P = 10$ кН со сторонами $AB = 3l$, $BC = 2l$ закреплена в точке A сферическим шарниром, а в точке B цилиндрическим шарниром (подшипником) и удерживается в равновесии невесомым стержнем CC' (рис. C2.0–C2.9).



| Сила | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | |
|--------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---|--|---|--|
| Номер | $F_1 = 5$ кН | $F_2 = 7$ кН | $F_3 = 9$ кН | $F_4 = 12$ кН | | | | |
| усло- вия | Точка прилож. α_1° | Точка прилож. α_2° | Точка прилож. α_3° | Точка прилож. α_4° | | | | |
| 0 | D 60 | – – | E 30 | – – | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|----------|----|----------|----|----------|----|----------|----|
| 1 | <i>H</i> | 90 | <i>D</i> | 30 | – | – | – | – |
| 2 | – | – | <i>E</i> | 60 | – | – | <i>D</i> | 90 |
| 3 | – | – | – | – | <i>E</i> | 30 | <i>H</i> | 60 |
| 4 | <i>E</i> | 60 | – | – | <i>H</i> | 60 | – | – |
| 5 | – | – | <i>D</i> | 60 | <i>H</i> | 30 | – | – |
| 6 | – | – | <i>H</i> | 30 | – | – | <i>D</i> | 60 |
| 7 | <i>E</i> | 30 | <i>H</i> | 90 | – | – | – | – |
| 8 | – | – | – | – | <i>D</i> | 30 | <i>E</i> | 60 |
| 9 | – | – | <i>E</i> | 60 | <i>D</i> | 30 | – | – |

На плиту действуют пара сил с моментом $M = 8 \text{ кН}\cdot\text{м}$, лежащая в плоскости плиты, и две силы. Значения этих сил, их направления и точки приложения указаны в табл. С2; при этом силы \bar{F}_1 и \bar{F}_4 , лежат в плоскостях, параллельных плоскости xu , сила \bar{F}_2 – в плоскости, параллельной xz , сила \bar{F}_3 – в плоскости, параллельной yz . Точки приложения сил (*D*, *E*, *H*) находятся в серединах сторон плиты.

Определить реакции связей в точках *A*, *B* и *C*. При подсчетах принять $l = 0,2 \text{ м}$.

Указания. Задача С2 – на равновесие тела под действием пространственной системы сил. При ее решении учесть, что реакция сферического шарнира (или подпятника) имеет три составляющие, а реакция цилиндрического шарнира (подшипника) – две составляющие, лежащие в плоскости, перпендикулярной оси шарнира.

Пример С2. Вертикальная прямоугольная плита весом P (рис. С2) закреплена сферическим шарниром в точке *A*, цилиндрическим (подшипником) в точке *B* и невесомым стержнем DD' , лежащим в плоскости, параллельной плоскости yz . На плиту действуют сила \bar{F}_1 , (в плоскости xz), сила \bar{F}_2 , (параллельная оси y) и пара сил с моментом M (в плоскости плиты).

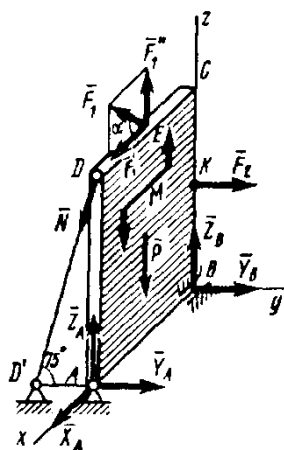


Рис. С2

Дано: $P = 5$ кН, $M = 3$ кН·м, $F_1 = 6$ кН, $F_2 = 7,5$ кН, $\alpha = 30^\circ$, $AB = 1$ м, $BC = 2$ м, $CE = 0,5 AB$, $BK = 0,5 BC$.

Определить: реакции опор A , B и стержня DD' .

Решение. 1. Рассмотрим равновесие плиты. На нее действуют заданные силы \bar{P} , \bar{F}_1 , \bar{F}_2 и пара сил с моментом M , а также реакции связей. Реакцию сферического шарнира разложим на три составляющие \bar{X}_A , \bar{Y}_A , \bar{Z}_A , цилиндрического (подшипника) – на две составляющие \bar{Y}_B , \bar{Z}_B (в плоскости, перпендикулярной оси подшипника), реакцию \bar{N} стержня направим вдоль стержня, предполагая, что он растянут.

2. Для определения шести неизвестных реакций составляем шесть уравнений равновесия действующей на плиту пространственной системы сил:

$$\sum F_{kx} = 0, \quad X_A + F_1 \cos \alpha = 0, \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0, \quad Y_A + Y_B + F_2 - N \cos 75^\circ = 0, \quad (2)$$

$$\sum F_{kz} = 0, \quad Z_A + Z_B - P - N \sin 75^\circ + F_1 \sin \alpha = 0, \quad (3)$$

$$\sum m_x(\bar{F}_k) = 0, \quad -F_2 \cdot BK + N \cos 75^\circ \cdot BC = 0, \quad (4)$$

$$\sum m_y(\bar{F}_k) = 0, \quad P \frac{AB}{2} + F_1 \cos \alpha \cdot BC - F_1 \sin \alpha \frac{AB}{2} - Z_A \cdot AB + N \sin 75^\circ \cdot AB + M = 0, \quad (5)$$

$$\sum m_z(\bar{F}_k) = 0, \quad Y_A \cdot AB - N \cos 75^\circ \cdot AB = 0, \quad (6)$$

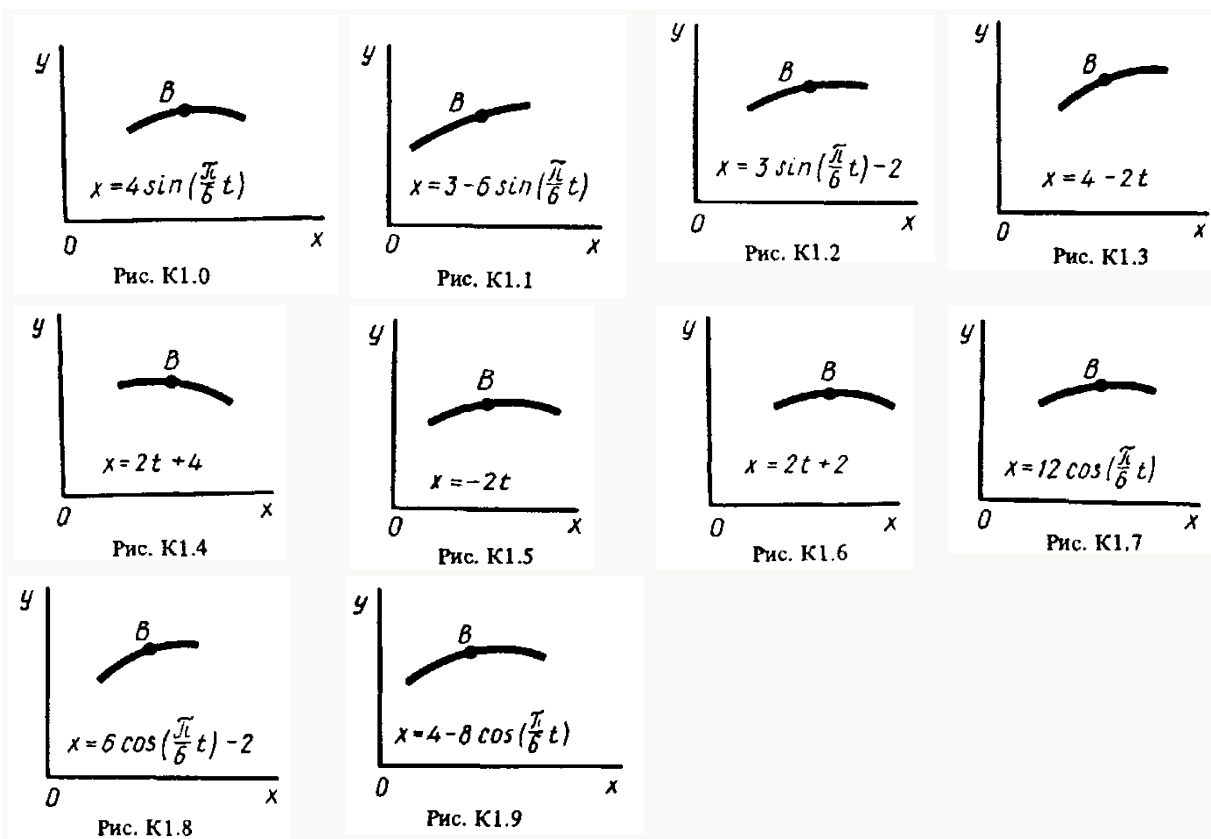
Подставив в составленные уравнения числовые значения всех заданных величин и решив затем эти уравнения, найдем, чему равны искомые реакции.

Ответ: $X_A = -5,2$ кН, $Y_A = 3,8$ кН, $Z_A = 28,4$ кН, $Y_B = -7,5$ кН, $Z_B = -12,4$ кН, $N = 14,5$ кН. Знаки указывают, что силы \bar{X}_A , \bar{Y}_B , \bar{Z}_B направлены противоположно показанным на рис. С2.

Задача К1

Точка B движется в плоскости xOy (рис. К1.0 – К1.9, табл. К1; траектория точки на рисунках показана условно). Закон движения точки задан уравнениями: $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$, где x и y выражены в сантиметрах, t – в секундах.

Найти уравнение траектории точки; для момента времени $t_1 = 1$ с определить скорость и ускорение точки, а также ее касательное и нормальное ускорения и радиус кривизны в соответствующей точке траектории.



Зависимость $x = f_1(t)$ указана непосредственно на рисунках, а зависимость $y = f_2(t)$ дана в табл. К1 (для рис. 0-2 в столбце 2, для рис. 3-6 в столбце 3, для рис. 7-9 в столбце 4). Как и в задачах С1, С2, номер рисунка выбирается по предпоследней цифре шифра, а номер условия в табл. К1 – по последней.

Таблица К1

| номер слови. | $y = f_2(t)$ | | | номер услови. | $y = f_2(t)$ | | |
|-----------------|-----------------------|-----------------|---------------------|------------------|--------------------|------------------|---------------------|
| | Рис. 0-2 | Рис. 3-6 | Рис. 7-9 | | Рис. 0-2 | Рис. 3-6 | Рис. 7-9 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 0 | $2 - 9\cos(\pi/6t)$ | $t^2 + 2t$ | $-3\cos(\pi/3t)$ | 5 | $-5\cos(\pi/6t)$ | $3t^2 - 4$ | $3\sin(\pi/6t)$ |
| 1 | $2 - 6\cos(\pi/3t)$ | $8\cos(\pi/4t)$ | $12\sin(\pi/6t)$ | 6 | $6\cos(\pi/6t)$ | $(t + 1)^3$ | $16\sin^2(\pi/6t)$ |
| 2 | $2 - 6\cos^2(\pi/6t)$ | $2 + 2t^2$ | $10\sin^2(\pi/6t)$ | 7 | $-9\cos^2(\pi/6t)$ | $324\cos(\pi/4)$ | $9\cos(\pi/3t)$ |
| 3 | $6\cos(\pi/6t)$ | $2(t + 1)^2$ | $6 - 4\sin(\pi/6t)$ | 8 | $6\cos(\pi/3t)$ | $2t^3$ | $2 - 9\sin(\pi/6t)$ |

$$4 \left| 9 \cos \left(\frac{\pi}{3} t \right) + 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} t \right) \right| 12 \cos \left(\frac{\pi}{3} t \right) \left| 9 \left(\frac{4}{2 - 2 \cos \left(\frac{\pi}{6} t \right)} \right) 6 \sin \left(\frac{\pi}{4} t \right) \right| 9 \cos \left(\frac{\pi}{3} t \right) + 6$$

Указания. Задача К1 относится к кинематике точки и решается с помощью формул, по которым определяются скорость и ускорение точки в декартовых координатах (координатный способ задания движения точки), а также формул, по которым определяются касательное и нормальное ускорения точки.

В данной задаче все искомые величины нужно определить только для момента времени $t_1=1$ с. В некоторых вариантах задачи при определении траектории или при последующих расчетах (для их упрощения) следует учесть известные из тригонометрии формулы:

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1; \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha.$$

Пример К1. Даны уравнения движения точки в плоскости xy :

$$x = -2 \cos \left[\frac{\pi}{4} t \right] + 3, \quad y = 2 \sin \left[\frac{\pi}{8} t \right] - 1.$$

Определить уравнение траектории точки; для момента времени $t_1 = 1$ с найти скорость и ускорение точки, а также ее касательное и нормальное ускорения и радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

Решение.1. Для определения уравнения траектории точки исключим из заданных уравнений движения время t . Поскольку t входит в аргументы тригонометрических функций, где один аргумент вдвое больше другого, используем формулу

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \quad \text{или} \quad \cos \left[\frac{\pi}{4} t \right] = 1 - 2 \sin^2 \left[\frac{\pi}{8} t \right].$$

Из уравнений движения находим выражения соответствующих функций и подставляем в равенство (1). Получим

$$\cos \left[\frac{\pi}{4} t \right] = \frac{3-x}{2}, \quad \sin \left[\frac{\pi}{8} t \right] = \frac{y+1}{2};$$

следовательно,

$$\frac{3-x}{2} = 1 - 2 \frac{(y+1)^2}{4}.$$

Отсюда окончательно находим следующее уравнение траектории точки (парабола, рис. К1):

$$x = (y+1)^2 + 1.$$

2

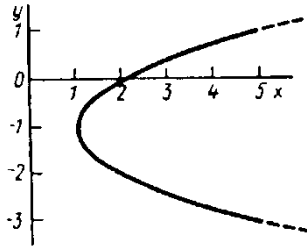


Рис. К1

ть точки найдем по её проекциям на координатные оси:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{4} t;$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{8} t$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

и при $t = 1$ с

$$v_{1x} = 1,11 \text{ см/с}, v_{1y} = 0,73 \text{ см/с}, v_1 = 1,33 \text{ см/с}.$$

3. Аналогично найдем ускорение точки:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{\pi^3}{8} \cos \frac{\pi}{4} t; \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\frac{\pi^3}{8} \sin \frac{\pi}{4} t$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

и при $t = 1$ с

$$a_{1x} = 0,87 \text{ см/с}^2, a_{1y} = -0,12 \text{ см/с}^2, a_1 = 0,88 \text{ см/с}^2.$$

4. Касательное ускорение найдем, дифференцируя по времени равенство

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2.$$

Получим:

$$2v \frac{dv}{dt} = 2v_x \frac{dv_x}{dt} + 2v_y \frac{dv_y}{dt} \quad \text{и}$$

$$a_r = \frac{dv}{dt} = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v}$$

Числовые значения всех величин, входящих в правую часть выражения, определены выше. Подставив эти числа, найдем сразу, что при $t_1 = 1$ с $a_{1r} = 0,66 \text{ см/с}^2$.

5. Нормальное ускорение точки $a_n = \sqrt{a^2 - a_r^2}$. Подставляя сюда найденные числовые значения a_1 и a_{1T} , получим, что при $t_1 = 1$ с $a_{1n} = 0,58$ см/с².

6. Радиус кривизны траектории $\rho = v^2/a_n$. Подставляя сюда числовые значения v_1 и a_{1n} , найдем, что при $t_1 = 1$ с $\rho_1 = 3,05$ см.

Ответ: $v_1 = 1,33$ см/с, $a_1 = 0,88$ см/с², $a_{1T} = 0,66$ см/с², $a_{1n} = 0,58$ см/с², $\rho_1 = 3,05$ см.

задача К2

Плоский механизм состоит из стержней 1–4 и ползуна B , соединенных друг с другом и с неподвижными опорами O_1 и O_2 , шарнирами (рис. К2.0–К2.9). Длины стержней: $l_1 = 0,4$ м, $l_2 = 1,2$ м, $l_3 = 1,6$ м, $l_4 = 0,6$ м. Положение механизма определяется углами $\alpha, \beta, \gamma, \varphi, \theta$, которые вместе с другими величинами заданы в табл. К2.

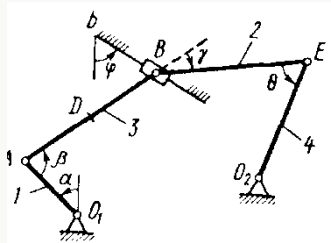


Рис. К2.0

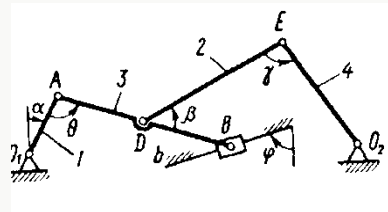


Рис. К2.1

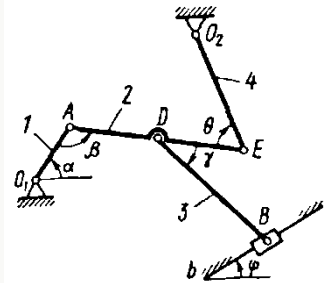


Рис. К2.2

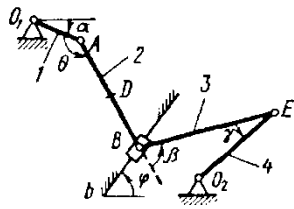


Рис. К2.3

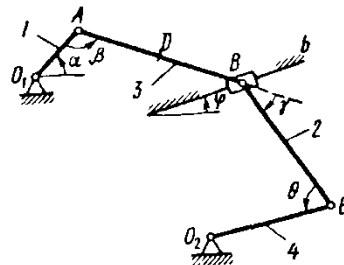


Рис. К2.4

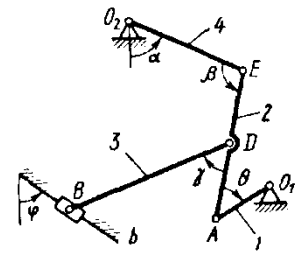


Рис. К2.5

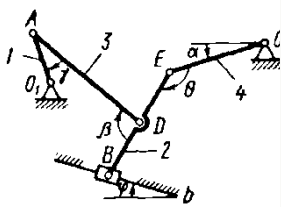


Рис. К2.6

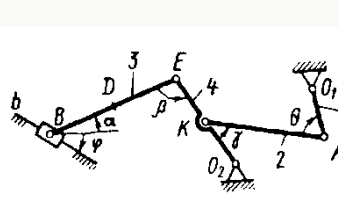


Рис. К2.7

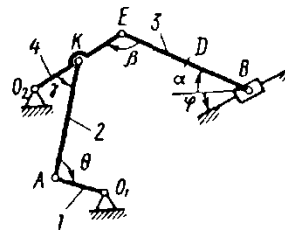


Рис. К2.8

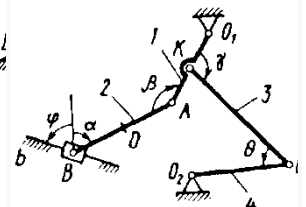


Рис. К2.9

Точка D на всех рисунках и точка на рис. К2.7-К2.9 в середине соответствующего стержня. Определить величины, указанные в таблице в столбце «Найти».

Найти также ускорение a_D точки A стержня 1, если стержень 1 имеет в данный момент времени угловое ускорение $\varepsilon_1 = 5$ с⁻².

Дуговые стрелки на рисунках показывают, как при построении чертежа должны откладываться соответствующие углы, т.е. **по ходу** или **против хода часовой стрелки** (например, угол γ на рис. 1 следует отложить от стержня DE против хода часовой стрелки, а на рис. 2 – от стержня AE по ходу часовой стрелки).

Построение чертежа начинать со стержня, направление которого определяется углом α ; ползун B и его направляющие для большей наглядности изобразить, как в примере К2 (см. рис. К2). Заданную угловую скорость считать направленной против хода часовой стрелки, а заданную скорость v_B – от точки B к b .

Таблица К2

| Номер условия | Углы | | | | | Дано | | | Найти |
|---------------|----------------|---------------|----------------|-----------------|----------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------------|
| | α° | β° | γ° | φ° | θ° | ω_1 , 1/с | ω_4 , 1/с | v_B , м/с | |
| 0 | 30 | 150 | 120 | 0 | 60 | 2 | – | – | v_B, v_E, ω_2 |
| 1 | 60 | 60 | 60 | 90 | 120 | – | 3 | – | v_A, v_D, ω_3 |
| 2 | 0 | 120 | 120 | 0 | 60 | – | – | 10 | v_A, v_E, ω_2 |
| 3 | 90 | 120 | 90 | 90 | 60 | 3 | – | – | v_B, v_E, ω_2 |
| 4 | 0 | 150 | 30 | 0 | 60 | – | 4 | – | v_B, v_A, ω_2 |
| 5 | 60 | 150 | 120 | 90 | 30 | – | – | 8 | v_A, v_E, ω_3 |
| 6 | 30 | 120 | 30 | 0 | 60 | 5 | – | – | v_B, v_E, ω_3 |
| 7 | 90 | 150 | 120 | 90 | 30 | – | 5 | – | v_A, v_D, ω_3 |
| 8 | 0 | 60 | 30 | 0 | 120 | – | – | 6 | v_A, v_E, ω_2 |
| 9 | 30 | 120 | 120 | 0 | 60 | 4 | – | – | v_B, v_E, ω_3 |

Указания. Задача К2 – на исследование плоскопараллельного движения твердого тела. При ее решении для определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев следует воспользоваться теоремой о проекциях скоростей двух точек тела и понятием о мгновенном центре скоростей, применяя эту теорему (или это понятие) **к каждому звену механизма в отдельности.**

Пример К2. Механизм (рис. К2, а) состоит из стержней 1, 2, 3, 4 и ползуна B , соединенных друг с другом и с неподвижными опорами O_1 и O_2 , шарнирами.

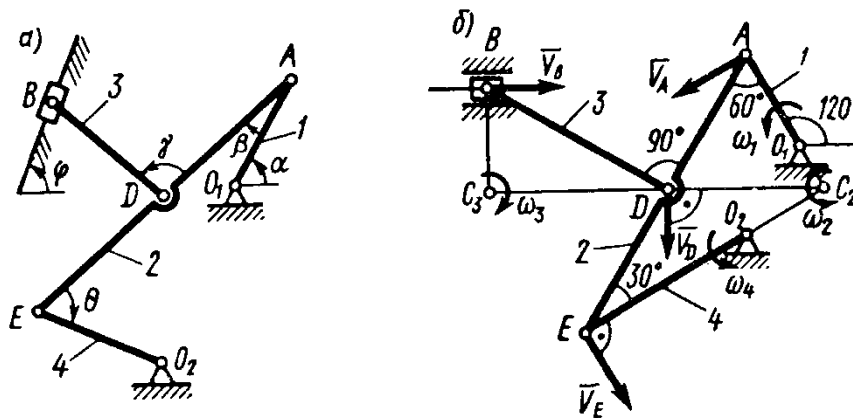


Рис. К2

Дано: $\alpha = 120^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 90^\circ$, $\varphi = 0^\circ$, $\theta = 30^\circ$, $AD = DE$, $l_1 = 0,6$ м, $l_3 = 1,2$ м, $\omega_1 = 5 \text{ с}^{-1}$, $\varepsilon_1 = 8 \text{ с}^{-2}$.

Определить: v_B , v_E , ω_3 , и a_A .

Решение.1. Строим положение механизма в соответствии с заданными углами (рис. К2, б).

2. Определяем v_E . Точка E принадлежит стержню AE . Чтобы найти v_E , надо знать скорость какой-нибудь другой точки этого стержня и направление v_E . По данным задачи можем определить

$$v_A = \omega_1 l_1 = 5 \cdot 0,6 = 3 \text{ м/с}; \quad \vec{v}_A \perp O_1 A. \quad (1)$$

Направление \vec{v}_E найдем, учтя, что точка E принадлежит одновременно стержню $O_2 E$, вращающемуся вокруг O_2 ; следовательно, $\vec{v}_E \perp O_2 E$. Теперь, зная \vec{v}_A и направление \vec{v}_E , воспользуемся теоремой о проекциях скоростей двух точек тела (стержня AE) на прямую, соединяющую эти точки (прямая AE). Сначала по этой теореме устанавливаем, в какую сторону направлен вектор \vec{v}_E (проекции скоростей должны иметь одинаковые знаки). Затем, вычисляя эти проекции, находим

$$v_E \cos 60^\circ = v_A \cos 30^\circ; \quad v_E = 3\sqrt{3} = 5,2 \text{ м/с} \quad (2)$$

3. Определяем v_B . Точка B принадлежит стержню BD . Следовательно, по аналогии с предыдущим, чтобы определить \vec{v}_B , надо сначала найти скорость точки D , принадлежащей одновременно стержню AE . Для этого, зная \vec{v}_A и \vec{v}_E , построим мгновенный центр скоростей (МЦС) стержня AE ; это точка C_2 , лежащая на пересечении перпендикуляров к \vec{v}_A и \vec{v}_E , восставленных из точек A и E (к \vec{v}_A и \vec{v}_E перпендикулярны стержни 1 и 4). По направлению вектора \vec{v}_A определяем направление поворота стержня AE вокруг МЦС C_2 . Вектор \vec{v}_D будет перпендикулярен отрезку $C_2 D$, соединяющему точки D и C_2 , и направлен в сторону поворота. Величину v_D найдем из пропорции

$$\frac{V_D}{C_2D} = \frac{V_A}{C_2A} \quad (3)$$

Чтобы вычислить C_2D и C_2A , заметим, что ΔAC_2E – прямоугольный, так как острые углы в нем равны 30° и 60° , и что $C_2A = AE \cdot \sin 30^\circ = 0,5 AE = AD$. Тогда ΔAC_2D является равносторонним и $C_2A = C_2D$. В результате равенство (3) дает

$$V_D = V_A = 3 \text{ м/с} \quad \vec{V}_D \perp C_2D \quad (4)$$

Так как точка B принадлежит одновременно ползуну, движущемуся вдоль направляющих поступательно, то направление \vec{V}_B известно. Тогда, восставляя из точек B и D перпендикуляры к скоростям \vec{V}_B и \vec{V}_D , построим МЦС C_3 , стержня BD . По направлению вектора \vec{V}_D определяем направление поворота стержня BD вокруг центра C_3 . Вектор \vec{V}_B будет направлен в сторону поворота стержня BD .

Из рис. К2, б видно, что $\angle C_3DB = 30^\circ$, а $\angle DC_3B = 90^\circ$, откуда $C_3B = l_3 \sin 30^\circ$, $C_3D = l_3 \cos 30^\circ$.

Составив теперь пропорцию, найдем, что

$$\frac{V_B}{C_3B} = \frac{V_D}{C_3D}; \quad v_B = v_D \operatorname{tg} 30^\circ = 1,7 \text{ м/с}. \quad (5)$$

4. Определяем ω_3 . Так как МЦС стержня 3 известен (точка C_3), то

$$\omega_3 = \frac{V_D}{C_3D} = \frac{V_D}{l_3 \cos 30^\circ} = 2,9 \text{ с}^{-1}. \quad (6)$$

5. Определяем a_A . Так как ε_1 известно, то $a_{At} = h \varepsilon_1$. Далее $a_{An} = v^2 A / h$, или $a_{An} = h \omega_1^2$.

Тогда $a_A = \sqrt{a_{At}^2 + a_{An}^2}$. Произведя вычисления, получим $a_A = 15,8 \text{ м/с}^2$.

Ответ: $v_E = 5,2 \text{ м/с}$, $v_B = 1,7 \text{ м/с}$, $\omega_3 = 2,9 \text{ с}^{-1}$, $a_A = 15,8 \text{ м/с}^2$.

Задача К3

Прямоугольная пластина (рис. К3.0-К3.5) или круглая пластина радиусом $R = 60$ см (рис. К3.6-К3.9) вращается вокруг неподвижной оси с постоянной угловой скоростью ω , заданной в табл. К3 (при знаке минус направление ω противоположно показанному на рисунке). Ось вращения на рис. К3.0-К3.3 и К3.8. К3.9 перпендикулярна плоскости пластины и проходит через точку O (пластина вращается в своей плоскости); на рис. К3.4-К3.7 ось вращения OO_1 лежит в плоскости пластины (пластина вращается в пространстве).

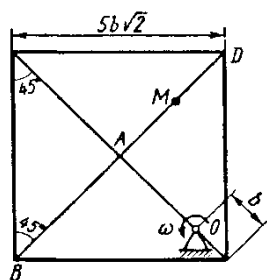


Рис. К3.0

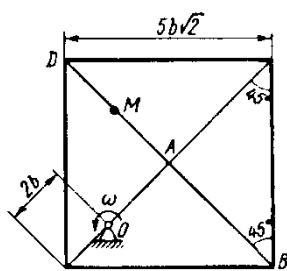


Рис. К3.1

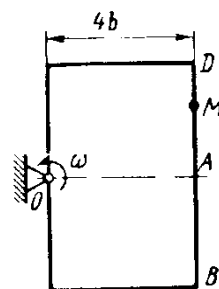


Рис. К3.2

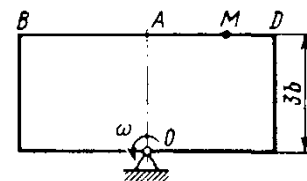


Рис. К3.3

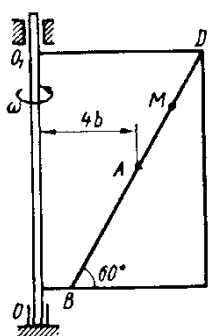


Рис. К3.4

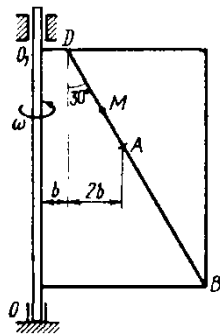


Рис. К3.5

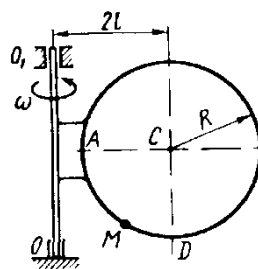


Рис. К3.6

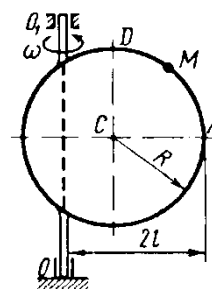


Рис. К3.7

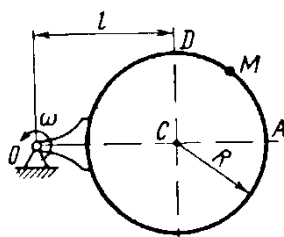


Рис. К3.8

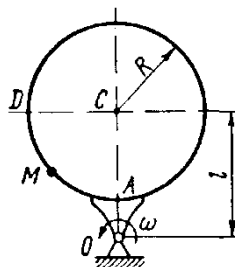


Рис. К3.9

Таблица К3

| номер условия | $\omega, 1/c$ | Рис. 0–5 | | Рис. 6–9 | |
|---------------|---------------|----------------|-----------------------|----------|---------------------------------|
| | | $b, \text{см}$ | $s = AM = f(t)$ | l | $s = \overset{\cup}{AM} = f(t)$ |
| 0 | -2 | 16 | $60(t^4 - 3t^2) + 56$ | R | $\pi/3R (t^4 - 3t^2)$ |
| 1 | 4 | 20 | $60(t^3 - 2t^2)$ | R | $\pi/3R (t^3 - 2t)$ |
| 2 | 3 | 8 | $80(2t^2 - t^3) - 48$ | R | $\pi/6R (3t - t^2)$ |
| 3 | -4 | 12 | $40(t^2 - 3t) + 32$ | $3/4 R$ | $\pi/2R (t^3 - 2t^2)$ |
| 4 | -3 | 10 | $50(t^3 - t) - 30$ | R | $\pi/3R (3t^2 - t)$ |
| 5 | 2 | 12 | $50(3t - t^2) - 64$ | R | $\pi/3R (4t^2 - 2t^3)$ |
| 6 | 4 | 20 | $40(t - 2t^3) - 40$ | $4/3 R$ | $\pi/2R (t - 2t^2)$ |
| 7 | -5 | 10 | $80(t^2 - t) + 40$ | R | $\pi/3R (2t^2 - 1)$ |
| 8 | 2 | 8 | $60(t - t^3) + 24$ | R | $\pi/6R (t - 5t^2)$ |
| 9 | -5 | 16 | $40(3t^2 - t^4) - 32$ | $4/3 R$ | $\pi/2R (2t^2 - t^3)$ |

По пластине вдоль прямой BD (рис. К3.0-К3.5) или по окружности радиуса R , т.е. по ободу пластины (рис. К3.6-К3.9), движется точка M . Закон ее относительного движения, выражаемый уравнением $s = AM = f(t)$ (s – в

сантиметрах, t – в секундах), задан в табл. К3 отдельно для рис. К3.0-К3.5 и для рис. К3.6-К3.9, при этом на рис. 6–9 $s = \overset{\cup}{AM}$ и отсчитывается по дуге окружности; там же даны размеры b и l . На всех рисунках точка M показана в положении, при котором $s = AM > 0$ (при $s < 0$ точка M находится по другую сторону от точки A).

Определить абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени $t = 1$ с.

Указания. Задача К3 – на сложное движение точки. При ее решении движение точки по пластине считать относительным, а вращательное движение самой пластины – переносным и воспользоваться теоремами о сложении скоростей и о сложении ускорений. Прежде чем производить расчеты, следует изобразить точку M на пластине в том положении, в котором нужно определить ее абсолютную скорость (или ускорение), а не в произвольном положении, показанном на рисунках к задаче.

В случаях, относящихся к рис. К3.6-К3.9, при решении задачи не подставлять числового значения R , пока не будут определены положение точки M в момент времени $t_1 = 1$ с и угол между радиусами CM и CA в этот момент.

Пример К3. Шар радиуса R (рис. К3, а) вращается вокруг своего диаметра AB по закону $\varphi = f_1(t)$, (положительное направление отсчета угла f показано на рис. К3, а дуговой стрелкой). По дуге большого круга («меридиану») ADB движется точка M по закону $s = AM = f_2(t)$; положительное направление отсчета расстояния от A к D .

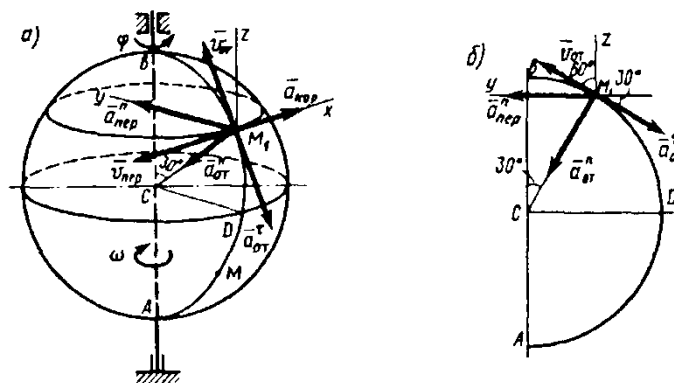


Рис. К3

Дано: $R = 0,5$ м, $\varphi = -2t$, $s = (\pi R/6) (7t - 2t^2)$ (φ – в радианах, s – в метрах, t – в секундах).

Определить: $v_{абс}$ и $a_{абс}$ в момент времени $t_1 = 1$ с.

Решение. Рассмотрим движение точки M как сложное, считая ее движение по дуге ADB относительным (AB – относительная траектория точки), а вращение шара – переносным движением. Тогда абсолютная скорость $\bar{v}_{абс}$ и абсолютное ускорение $\bar{a}_{абс}$ точки найдутся по формулам

$$\bar{v}_{абс} = \bar{v}_{отн} + \bar{v}_{пер} \quad \bar{a}_{абс} = \bar{a}_{отн} + \bar{a}_{пер} + \bar{a}_{кор} \quad (1)$$

КИНЕМАТИКА

^ *Задание К2. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях*

Механизм состоит из ступенчатых колес 2-3, связанных ременной передачей, и груза 1, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес (рис. К2). Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса 2 – r_2 , R_2 см, у колеса 3 – r_3 , R_3 . На ободах колес расположена точка М.

В таблице К2 указан закон движения или закон изменения угла поворота ведущего звена механизма, где $s_1(t)$ - закон движения груза 1, $\varphi_2(t)$, $\varphi_3(t)$ закон вращения колес 2 и 3 соответственно. Положительное направление для φ - против хода часовой стрелки, для s - вниз.

Определить в момент времени $t_1=1$ с угловые скорости ω и угловые ускорения ε колес, ускорение a тела 1 и ускорение a точки М, указанной на Рис.К2.

Таблица К2

| № | $s, \text{ см}$ | $\varphi_2, \text{ рад}$ | $\varphi_3, \text{ рад}$ | $r_1, \text{ см}$ | $R_1, \text{ см}$ | $r_2, \text{ см}$ | $R_2, \text{ см}$ |
|---|-----------------|--------------------------|--------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1 | $20(t^2+t)$ | | | 10 | 15 | 8 | 16 |
| 2 | | | $10t^2$ | 15 | 30 | 12 | 24 |
| 3 | $40(t^2+2t)$ | | | 20 | 25 | 16 | 32 |
| 4 | | $20t^2$ | | 30 | 35 | 20 | 30 |
| 5 | $10(t^3+6t^2)$ | | | 25 | 40 | 10 | 22 |
| 6 | | | $5t^3$ | 12 | 24 | 14 | 26 |
| 7 | | $30(t^2+6t)$ | | 24 | 36 | 18 | 32 |
| 8 | $30t^3$ | | | 18 | 36 | 22 | 30 |

| | | | | | |
|----|--------------|----|----|----|----|
| 9 | $6t^2$ | 16 | 32 | 16 | 32 |
| 10 | $20(t^2+8t)$ | 14 | 28 | 10 | 30 |

^ Указания к решению задания:

Задание К2 на исследование вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси. При решении задачи учесть, что, когда два колеса связаны ременной передачей, то скорости всех точек ремня и, следовательно, точек, лежащих на ободе каждого из этих колес, в данный момент времени численно одинаковы; при этом считается, что ремень по ободу колеса не скользит.

(Условимся обозначать скорости точек, лежащих на внешних ободах колес (радиуса R), через v , а точек, лежащих на внутренних ободах (радиуса r), — через u).

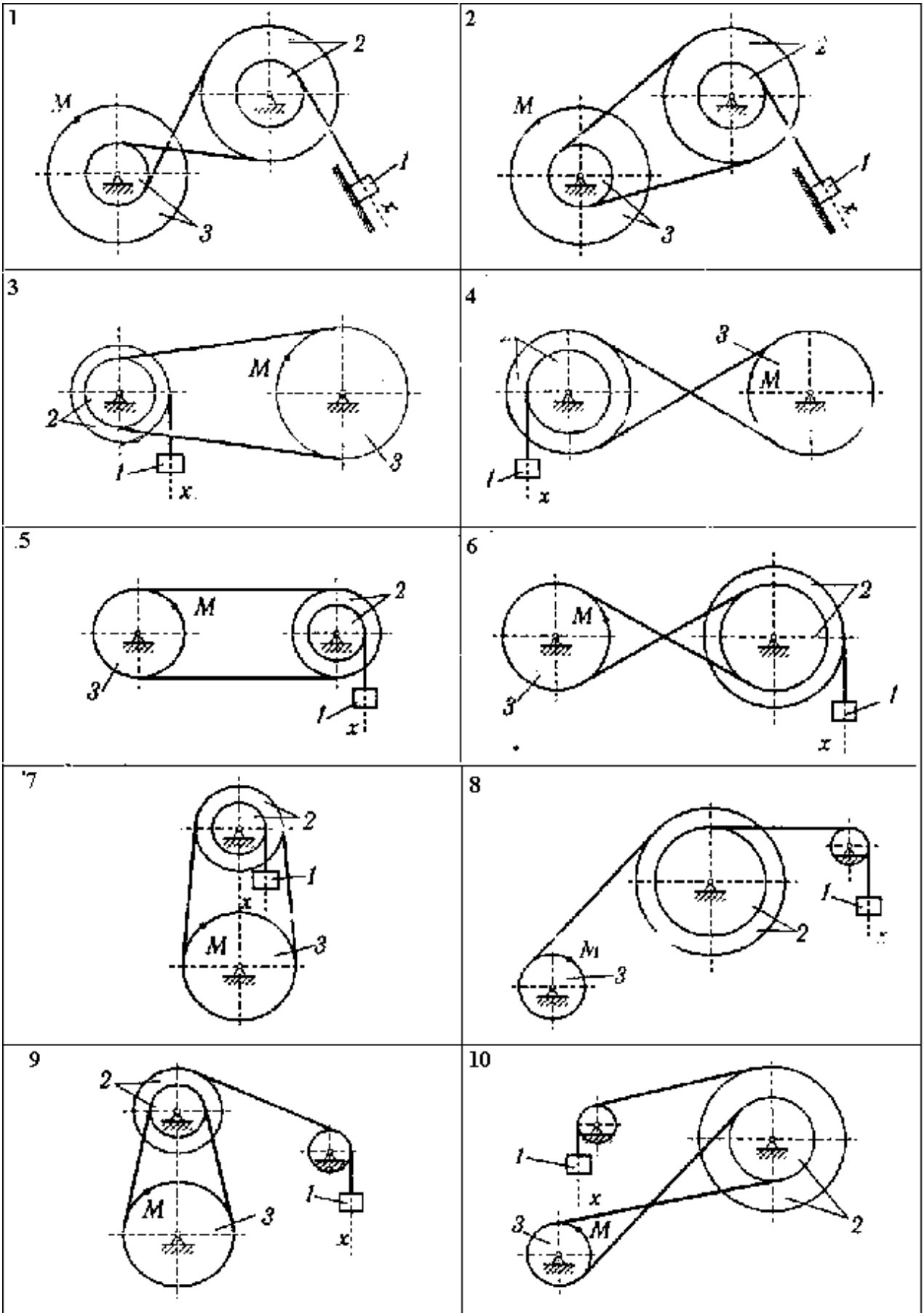


Рис.К2

Контрольные вопросы к защите задач:

1. Какое движение твердого тела называется поступательным?
2. Могут ли траектории точек тела при поступательном движении быть окружностями?
3. Какими уравнениями задается поступательное движение?
4. Какое движение твердого тела называется вращением вокруг оси? Каковы траектории точек при этом движении?
5. Каким уравнением задается вращение тела вокруг неподвижной оси?
6. Какие зависимости существуют между углом поворота, угловой скоростью и угловым ускорением тела?
7. Как определяется скорость точки тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
8. Как определяется ускорение точки тела, вращающегося вокруг неподвижной оси? Как направлены и чему равны его составляющие?
9. Во сколько раз ускорение точки А, вращающегося диска больше ускорения точки В, если расстояние точки А от оси вращения вдвое больше расстояния точки В.

Задание К-3. Плоско-параллельное движение. Определение скоростей

Для заданного положения механизма, зная угловую скорость кривошипа АО, найти скорости точек А, В, С и D и угловые скорости всех его звеньев, используя:

1. теорему о проекциях скоростей двух точек;
3. мгновенный центр скоростей.

Данные, необходимые для решения задачи, взять из таблицы К-3. Схемы

приведены на Рис.К3.

^ Таблица К3

| N | размеры (см) | | | | $\omega(\text{с}^{-1})$ | Указания к решению задачи: |
|---|--------------|----|----|----|-------------------------|---|
| | условия OA | AB | BC | BD | | |
| 1 | 35 | 45 | 20 | 20 | 1 | 1. Построить чертеж в выбранном масштабе. |
| 2 | 20 | 35 | 25 | 15 | 4 | 2. Указать на нем направления скоростей точек А и В. |
| 3 | 10 | 20 | 15 | 10 | 3 | 3. Выбрать полюс, приняв за него точку, скорость которой можно вычислить. |
| 4 | 10 | 20 | 10 | 12 | 2.5 | |
| 5 | 10 | 25 | 10 | 15 | 5 | <i>Решение с помощью теоремы о проекциях скоростей двух точек:</i> |
| 6 | 15 | 30 | 20 | 20 | 2 | |
| 7 | 30 | 55 | 25 | 30 | 1 | Для определения скорости точки В спроецировать |
| 8 | 25 | 50 | 25 | 25 | 1.5 | слагаемые |
| 9 | 20 | 45 | 20 | 20 | 3 | формулы $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$ на |
| 0 | 10 | 30 | 15 | 15 | 2 | прямую АВ. Для определения скорости \vec{v}_{BA} эту же формулу |
| | | | | | | спроецировать на прямую, перпендикулярную АВ. Вычислив значение скорости \vec{v}_{BA} , определить угловую скорость звена ω_{AB} . |

^ Решение с помощью мгновенного центра скоростей.

Определить положение мгновенного центра скоростей, построив перпендикуляры к скоростям точек А и В. Определить скорость точки В и угловую скорость звена АВ, используя зависимости мгновенного центра

скоростей:
$$\frac{v_A}{AP_{мцс}} = \frac{v_B}{BP_{мцс}} = \omega_{AB}$$

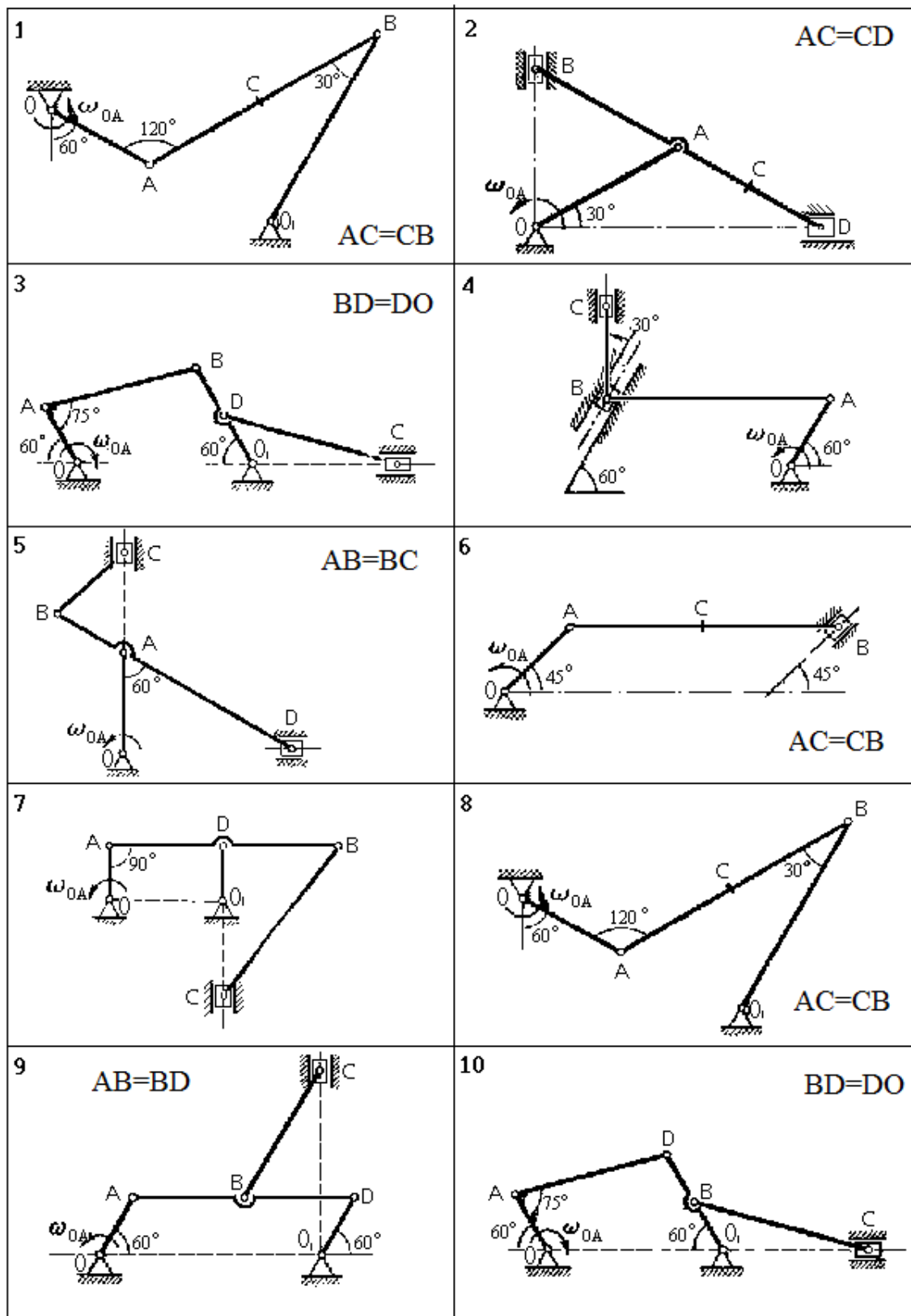


Рис. К3

Пример решения задачи К2

Движение груза 1 в механизме на рис. 1 описывается уравнением

$$x = 10t^2 + 3t \quad (1)$$

где t – время в с.

В начальный момент времени ($t = 0$) координата груза – x_0 , его скорость – v_0 .
Координата груза в момент времени $t = t_2$ равна x_2 .

Определить в момент времени $t_1=1$ с угловые скорости ω и угловые ускорения ε колес, ускорение a тела 1 и ускорение a точки М, указанной на Рис.К2.

Расчётная схема

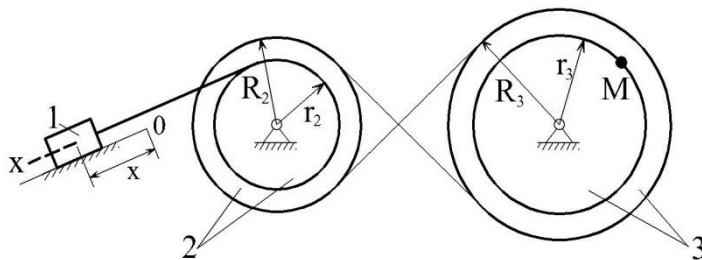


Рис. 1

Исходные данные

$$R_2 = 50 \text{ см}, \quad r_2 = 25 \text{ см}, \quad R_3 = 65 \text{ см}, \quad r_3 = 40 \text{ см},$$

Решение

1.

Рисуем расчетную схему. Указываем на ней направления скоростей каждого тела.

2.

Вычисляем скорость груза 1

$$v = \dot{x} = (10t^2 + 3t)' = 20t + 3.$$

В момент времени $t = 1$ с скорость равна $v = (20t + 3)|_{t=1} = 23 \text{ м/с}$.

3.

Вычисляем ускорение груза 1

$$a = \dot{v} = (20t + 3)' = 20 \text{ см} / \text{с}^2.$$

4.

Для определения угловой скорости ω_2 и углового ускорения тела 2 запишем уравнение, связывающее скорость груза v и угловую скорость колеса 2. ω_2 и ω_3 . В соответствии со схемой механизма

$$v = r_2 \omega_2$$

Отсюда
$$\omega_2 = \frac{v}{r_2} = \frac{20t + 3}{r_2}, \quad \varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \left(\frac{20t + 3}{r_2} \right)' = \frac{20}{r_2} = \frac{20}{25} = 0,8 \text{ с}^{-2}.$$

5.

Запишем уравнение, связывающее угловые скорости колес 2 ω_2 и 3 - ω_3 .

$$R_2 \omega_2 = R_3 \omega_3,$$

Откуда вычисляем - ω_3

$$\omega_3 = \omega R_2 / R_3,$$

или с учетом (5) после подстановки данных

$$\omega_3 = \frac{(20t + 3) \cdot 50}{65} = (1,54t + 2,31) \Big|_{t=1} = 3,85 \text{ с}^{-1}$$

В момент времени t_1 $\omega_3 = 3,85 \text{ с}^{-1}$.

Угловое ускорение колеса 3

$$\varepsilon_3 = \dot{\omega}_3 = 1,54 \text{ с}^{-2}.$$

6.

Определим скорость точки М, её центростремительное, вращательное и полное ускорения

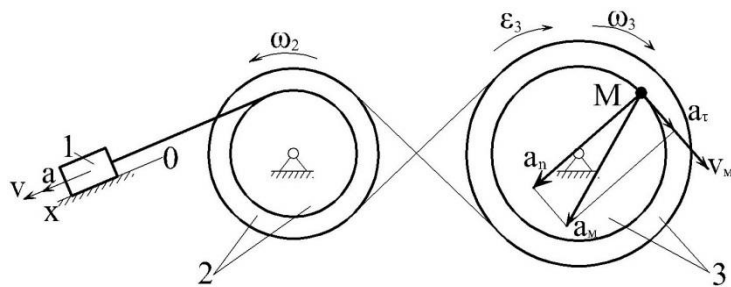


Рис. 2

$$v_M = \omega_3 r_3 = 3,85 \cdot 40 = 154 \text{ см/с.}$$

$$a_M^u = \omega_3^2 r_3 = 3,85^2 \cdot 40 = 592,9 \text{ см/с}^2,$$

$$a_M^{sp} = \varepsilon_3 r_3 = 1,54 \cdot 40 = 61,6 \text{ см/с}^2,$$

$$a_M = \sqrt{a_u^2 + a_{sp}^2} = \sqrt{592,9^2 + 61,6^2} = 640,2 \text{ см/с}^2.$$

Результаты вычислений для заданного момента времени $t_1 = 1$ с приведены в таблице

| $v,$ см/с | $a,$ см/с ² | $\omega_3,$ рад/с | $\varepsilon_3,$ рад/с ² | $v_M,$ см/с | a_u см/с ² | $a_{sp},$ см/с ² | $a_M,$ см/с ² |
|--------------|---------------------------|----------------------|--|----------------|----------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| 23 | 20 | 3,85 | 1,54 | 154 | 592,9 | 62,7 | 640,2 |

Скорости и ускорения тела 1 и точки М показаны на рис. 2.

Пример решения задачи К3.

Шарнирно-стержневой механизм состоит из четырех шарнирно соединенных стержней и горизонтально движущегося ползуна С (рис. К3). Механизм приводится в движение кривошипом ОА, который вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_{OA} = 2 \text{ рад/с}$.

В указанном положении механизма найти ускорения шарниров А, В, С и точки М. Даны размеры: $AO = 2 \text{ см}$, $AB = 5 \text{ см}$, $AM = 2 \text{ см}$, $BD = 3 \text{ см}$, $BC = 2 \text{ см}$, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 30^\circ$.

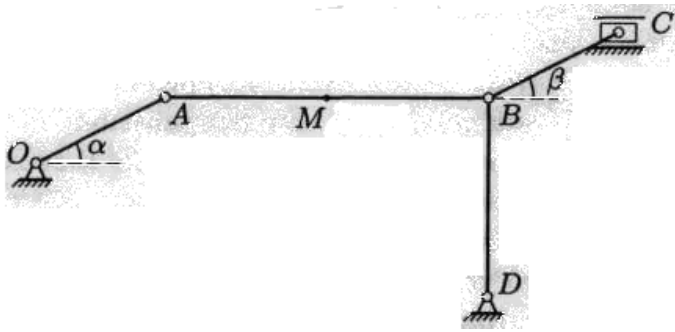


Рис.К3.

Решение:

1. Определяем угловые скорости звеньев и скорости точек механизма. Находим величину скорости точки A:

$$v_A = \omega_{OA} AO = 2 \cdot 2 = 4 \text{ см/с.}$$

Вектор v_A направляем перпендикулярно радиусу AO против часовой стрелки.

Вектор скорости v_B направлен перпендикулярно звену BD, т.е. горизонтально.

Решаем задачу с помощью мгновенного центра скоростей. Мгновенный центр скоростей P звена AB находится на пересечении перпендикуляров к векторам скоростей точек A и B (рис. K4).

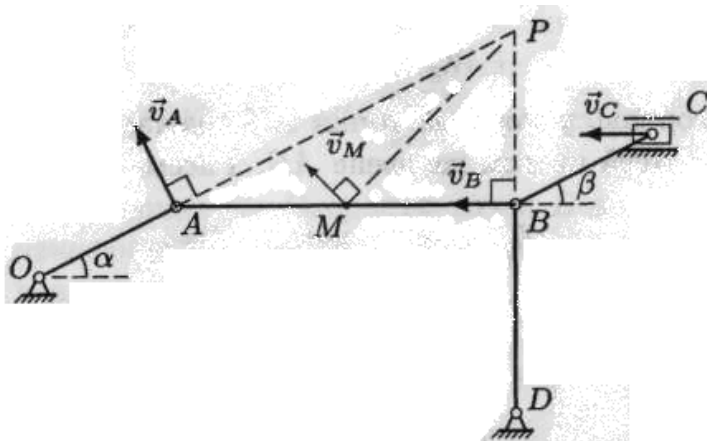


Рис.4

Находим расстояния точек A, B, M до МЦС.

$$AP = AB / \cos 30^\circ = 5,774 \text{ см,}$$

$$BP = AP \cdot \sin 30^\circ = 2,887 \text{ см,}$$

$$MP = \sqrt{MB^2 + BP^2} = \sqrt{3^2 + 2,887^2} = 4,163 \text{ см.}$$

Скорости точек находим из системы уравнений

$$v_A = \omega_{AB} AP,$$

$$v_M = \omega_{AB} MP,$$

$$v_B = \omega_{AB} BP.$$

В результате решения получим:

$$\omega_{AB} = v_A / AP = 0.693 \text{ рад/с}, \quad v_B = 2,000 \text{ см/с}, \quad v_M = 2,000 \text{ см/с}.$$

Найти скорость точки C не составит труда. Векторы v_B и v_C параллельны и не перпендикулярны отрезку BC . Следовательно, звено BC совершает мгновенное поступательное движение, и скорости всех его точек в этот момент равны.

Отсюда, $v_B = v_C = 2 \text{ см/с}$. Угловая скорость звена BC равна нулю.